

## 01 Прямые и плоскости

**Аксиома:** через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

Две прямые в пространстве: пересекаются, параллельны или скрещиваются

Прямая  $\perp$  плоскости, если она  $\perp$  двум пересекающимся прямым этой плоскости

Три перпендикуляра: прямая в плоскости  $\perp$  наклонной  $\Leftrightarrow$  она  $\perp$  её проекции

Две плоскости  $\perp$ , если одна проходит через прямую,  $\perp$  другой

Двугранный угол измеряют его линейным углом: из точки на ребре в каждой грани проводят луч, перпендикулярный ребру.

## 02 Многогранники

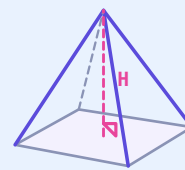
**Призма:** два равных параллельных основания, боковые грани – параллелограммы; у прямой призмы это прямоугольники.

У прямой призмы  
 $S_{\text{бок}} = P \cdot H$

Правильная пирамида:  $S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P \cdot l$

Правильных многогранников ровно 5

Здесь  $P$  – периметр основания,  $l$  – апофема (высота боковой грани).  
Пять правильных многогранников: тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр.



высота пирамиды

## 03 ★ Объёмы тел

Пять формул, которые закрывают почти любую задачу на объём;  $S$  – площадь основания,  $H$  – высота

$$V = S \cdot H$$

призма

$$V = \frac{1}{3} S \cdot H$$

пирамида

$$V = \pi R^2 H$$

цилиндр

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

конус

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

шар

## 04 ○ Цилиндр, конус, шар

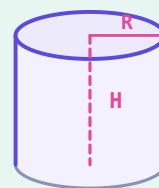
Цилиндр:  $S_{\text{бок}} = 2\pi R H$

Конус:  $S_{\text{бок}} = \pi R l$ , где  $l$  – образующая

Конус:  $l^2 = R^2 + H^2$

Сфера радиуса  $R$ :  $S = 4\pi R^2$

Любое сечение шара плоскостью – круг



радиус и высота цилиндра

Осевое сечение цилиндра – прямоугольник  $2R \times H$ , осевое сечение конуса – равнобедренный треугольник с основанием  $2R$ .

### СОВЕТ

Начинайте с чертежа: отметьте основание, высоту и прямые углы – задача почти всегда сводится к плоской фигуре в сечении.

### ЛАЙФХАК

Теорема о трёх перпендикулярах переводит задачу из пространства на плоскость: работайте с проекцией наклонной.

### ЧАСТАЯ ОШИБКА

У пирамиды и конуса объём втрое меньше, чем у призмы и цилиндра с тем же основанием и высотой. Не теряйте множитель  $1/3$ .

### ПРАКТИКА

1000 заданий по этим темам с теорией и подсказками – [reknow.ru/10/geometry](https://reknow.ru/10/geometry)